(研究ノート)

# 経営システムのモデル化について

# On Identification for Management Systems

清水静江 *
Shizue Shimizu

## 1. はじめに

情報技術の急速な進歩によって高度の情報化社会に突入しつつある現代社会においては，社会のさまざまな分野において必要な情報を迅速かつ正確に入手することが可能であり，われわれは日常的にその恩恵に浴している．そのような利便性はコンピュータによる情報処理によって実現されており，そのためには対象システムの構造や現象に関する定量的な研究が不可欠である．したがって，定性的な要因に左右されるようなシステムの情報処理においては，まず対象となるシステムの構造やプロセスの定量化が求められる．そして，その成果として得られる数学モデルの適用範囲において，現実の複雑な状態を表現する多様な行動様式が対象システムの主要な特性を明確に表現した具体的な考察対象として示され，その結果がより有効な情報処理の実現に寄与する．

人間の主観などのあいまい性の強い要因に左右されやすく，かつ多くの要因が互いに影響しあって存在する経営システムにおいてより有効な情報処理を行なうためには，数学モデルを用いて対象システムの特性を定量的に考察することは極めて重要であり，そのような複雑性の強いシステムの数学モデルを構築する手法の研究が多くの研究者によって行われている．以下において，それらの研究成果に基づく経営システムのモデル化について考察する．

## 2. 経営システムの定量化

システム定量化としての数学モデルを導出する場合の一般的な仮定は，実システムとモデルとの構造上の類似性に依存している．しかし，現実の経営システムの動特性を表現して定量化するためには，対象システムが環境の変化に適応する多様な行動様式を支配する法則や状態の変動を検討しなくてはならない．すなわち，システムを構成する要素間の相互作用や構造的な類似性ではなく，集団の動特性すなわち組織行動を支配する拘束条件(情報と制御)の検討が必要である．

したがって，経営活動の基本となる組織行動を定量的に考察するためには，経営システムの状態の大きな変化や転移現象の記述に関する考察，換言すれば組織行動の自己組織化に関する考察が必要である．そして，それは組織の秩序構造を与える諸要因の挙動や情報が，循環的に結合してフィードバック特性を有する構造である点に着目することによって可能となる．

しかし，経営活動におけるこのようなフィード

* 基礎教養課程

バックの過程は，外部環境から得られる情報の扱い方によってシステムの状態が大きく異なるものとなる．このことは経営システムを構成している要素の相互作用の動的特性が，因果関係が示す自己整合性の原理に起因した非線形構造に依存していることを示していると言える[(1)]．したがって，カオス制御やニューロなどの新しい概念を適用して組織行動の自己組織化モデルの構築が可能となり，構築したモデルに基づいてシステム特性の定量的な考察が可能となると考えられる．ここで重要なのは，外部環境から入力される情報の内容及び運用とそれに対する制御に十分な配慮が必要である点である．システムの自己組織化モデルへの考え方を図1に示す．

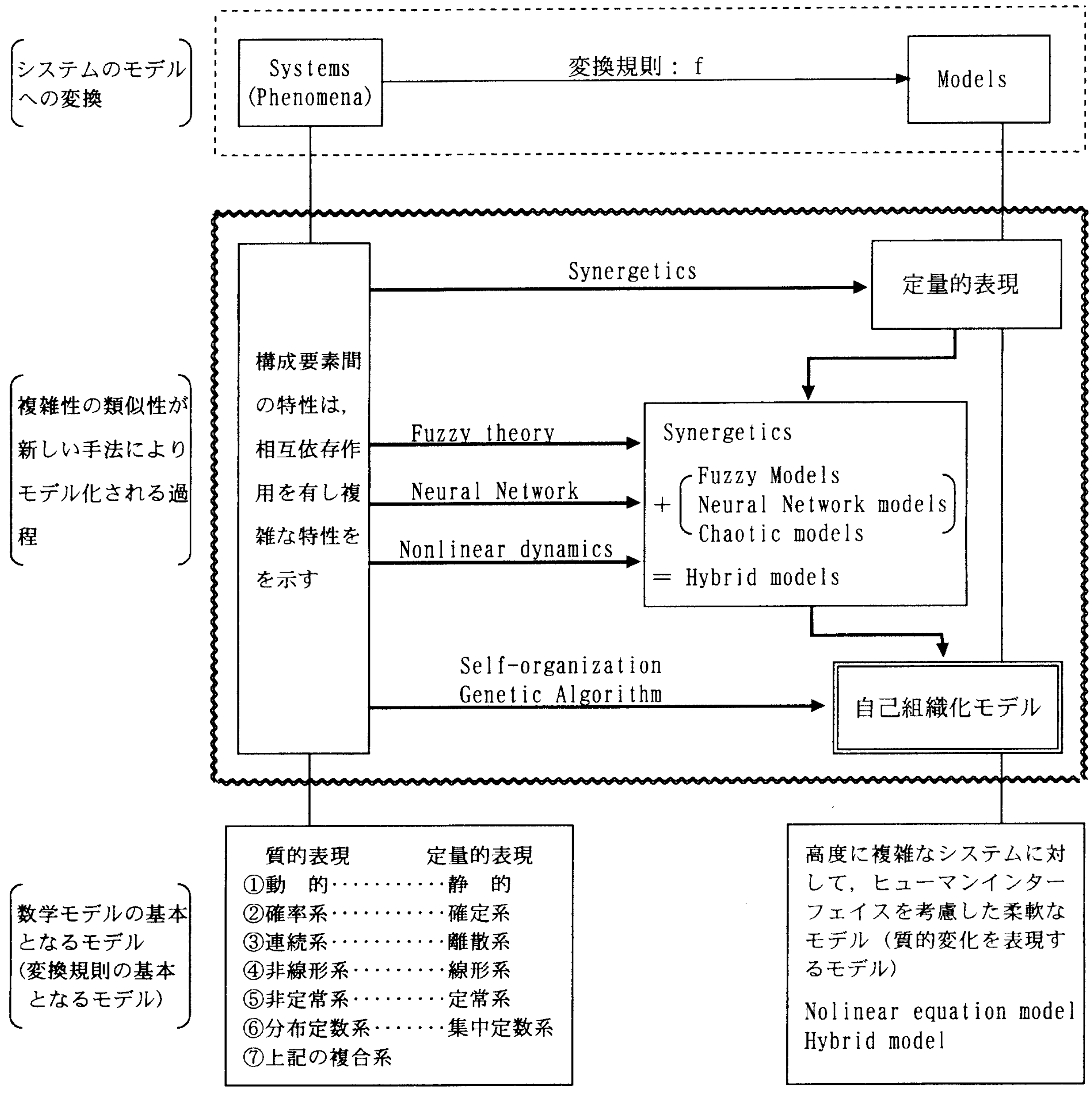


**図1　システムの自己組織化モデルへの考え方**

## 3. 経営システムの質的特性

人間社会を取り巻くあいまいさには2つの側面がある．その第1は言葉の意味や概念のあいまいさ(ファジネス)であり，第2は現象の生起の不確かさ(ランダムネス)である．これらのあいまいさが現実のシステムの挙動に影響を与えていると考えられる場合には，対象システムの数学モデルの構築にそのあいまいさを反映させることが要求される．

経営システムのモデル化において問題となるあいまい性は主としてファジネスに起因して発生するあいまい性であり，それは対象システムの定性的な特性(質的特性)となって現れることが多い．前節で述べたように，経営システムの動特性を数学モデルで表現して定量化するためには，対象システムが環境の変化に適応していく状態の変動についての検討が必要であり，そのような状態の変動は対象システムの構造を与える諸要因の挙動や情報に支配される．したがって，諸要因の挙動や情報を表現する言葉や概念のあいまいさによってシステムの挙動は複雑なものとなり，さらにシステム要因の不確実性(ランダムネス)も加わって対象システムの質的特性は複雑に変化する．西川は経営システムの質的特性の変化が数学モデルの動特性で表現される状態を表1で示している[2]．

## 4. 経営システムのモデル化手法

現実の経営活動には，人間の主観や経験などによってなされた意思決定に基づいてシステムの状態が変動していくという定性的な側面が多く存在する．したがって，経営システムのモデル化においては，対象システムの構造を与える定性的な要因に依存するあいまい性を，定量的な数学モデルの構築にいかにして反映させるかがモデルの有効性を向上させるための要因となる．最近では，ファジィ理論，ニューラルネットワーク理論，自己組織化の概念，遺伝的アルゴリズム(GE)などを応用したモデリング手法の研究が各方面の研究者によって行われており，その成果が対象システムの質的な特性を反映させたより適切なモデルの構築に役立つものとして期待される[3][4][5][6]．また，従来の線形回帰モデルの手法を改良した“可能性線形回帰モデル”(区間線形回帰モデル，ファジィ線形回帰モデル)，大規模・複雑なシステムの数学モデルを自己組織化の概念に基づいて構築する“GMDH”，GMDH にファジィ集合の概念を導入した“ファジィ GMDH” などが提案されており，それらの手法で構築したモデルからは出力要因の予測値が存在する範囲が区間幅の形で得られ，経営システムの質的な特性を反映させた数学モデルを構築する方法として有効である．以下において，それらの手法の概要について述べる．

**表1　経営システムの質的特性と数学モデルの動特性の analogy**

| 経営システムの質的特性の変化 | | 数学モデルの動特性による表現 |
|---|---|---|
| 複雑性 ………………………………………… | ⟶ | 非線形微分方程式の動特性 |
| 複雑さの程度 ……………………………… | ⟶ | 振動波形の複雑さ |
| 構成要素間の相互作用の達成度 ……… | ⟶ | chaos の発生過程 |
| 自己組織化の達成の過程 ……………… | ⟶ | strange attractor の生成 |
| 構成要素の相互作用の同時性 ………… | ⟶ | 複雑な波形振動の発生状態 |
| 構成要素のグループ化 ………………… | ⟶ | strange attractor のクラスター化の発生 |
| 自由度の増減による複雑性の変化 …… | ⟶ | システム変数の増減 |

### 4.1　可能性線形回帰モデル

通常の回帰モデルでは，モデルの出力と観測データとの差はモデルの導出に使用するデータの観測誤差とみなされるが，可能性線形回帰モデルにおいては入出力関係を表すシステム構造のあいまいさによるものと仮定している．そして，そのあいまいさは導出するモデルの係数パラメータのあいまいさによるものと考え，モデルの係数パラメータを区間やファイジィ数で表す数学モデルを定式化して可能性線形回帰モデルと呼んでいる[7].

#### 4.1.1　区間線形回帰モデル

線形回帰モデルの係数パラメータを区間として推定し，モデルの出力を「～くらい」と言うように表現できるモデルを導出する場合の最も簡単な方法であり，出力の区間幅の大きさによってその確からしさが判断されるモデルである．一般に $N$ 個の説明変数を $x_j$ $(j=1\sim N)$，モデルの係数を $A_j$ $(j=0\sim N)$ とするときの区間線形回帰モデル $Y$ を次式で表す．

$$Y=A_0+A_1x_1+A_2x_2+\cdots\cdots+A_Nx_N \tag{1}$$

上式において，$A_j$ は中心が $\alpha_j$，幅が $c_j$ の閉区間であり，$A_j=\left[\alpha_j-c_j,\ \alpha_j+c_j\right]$ である．このときモデルの出力 $\hat{y}_i(i=1\sim n)$ は

$$\hat{y}_i=\left[\boldsymbol{\alpha}^t\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{c}^t\left|\boldsymbol{x}_i\right|,\ \boldsymbol{\alpha}^t\boldsymbol{x}_i+\boldsymbol{c}^t\left|\boldsymbol{x}_i\right|\right] \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
\text{ただし}\quad \boldsymbol{\alpha}&=\left(\alpha_0,\ \alpha_1,\ \alpha_2,\ \cdots\cdots,\ \alpha_N\right)^t\\
\boldsymbol{c}&=\left(c_0,\ c_1,\ c_2,\ \cdots\cdots,\ c_N\right)^t\\
\boldsymbol{x}_i&=\left(1,\ x_{i1},\ x_{i2},\ \cdots\cdots,\ x_{iN}\right)^t\\
\left|\boldsymbol{x}_i\right|&=\left(1,\left|x_{i1}\right|,\left|x_{i2}\right|,\ \cdots\cdots,\ \left|x_{iN}\right|\right)^t\\
i&=1\sim n\quad n:\text{データの組の数}
\end{aligned}$$

で計算され，それは中心が $\boldsymbol{\alpha}^t\boldsymbol{x}_i$，幅が $\boldsymbol{c}^t\left|\boldsymbol{x}_i\right|$ の区間データとなる．そして，出力変数の観測データ $y_i$ が区間 $\hat{y}_i$ に含まれ，かつ区間幅 $\boldsymbol{c}^t\left|\boldsymbol{x}_i\right|$ が小さいほどモデルから得られる情報のあいまい度が小さいと解釈し，それらのことを定式化して(1)式の係数 $A_j$ の推定量 $\hat{A}_j$ は以下の線形計画問題の解として求められる．

$$\begin{cases}
\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{c}^t\left|\boldsymbol{x}_i\right|\longrightarrow\min\\
\text{Subject to}\\
\boldsymbol{\alpha}^t\boldsymbol{x}_i+\boldsymbol{c}^t\left|\boldsymbol{x}_i\right|\geqq y_i\\
\boldsymbol{\alpha}^t\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{c}^t\left|\boldsymbol{x}_i\right|\leqq y_i\\
c_j\geqq 0,\ j=0,\ 1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ N
\end{cases} \tag{3}$$

上式において，制約条件は出力変数の全観測データがその推定区間内に包含されることを意味する．

#### 4.1.2　ファジィ線形回帰モデル

ファジィ線形回帰モデルは，区間線形回帰モデルの出力をファジィ集合の概念に基づいて定義される三角型ファジィ数として得られるように係数パラメータを推定する回帰モデルであり，それは(1)式の係数パラメータを三角型ファジィ数として推定することによって実現される。すなわち，(1)式の係数パラメータ $A_j$ を中心が $\alpha_j$，幅が $c_j$，型関数が $L(x)$ である三角型対称ファジィ数として，$A_j=\left(\alpha_j,\ c_j\right)_L$ $(j=0,\ 1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ N)$ と記述すればファジィ線形回帰モデルは次式で記述される．

$$\begin{aligned}
Y&=A_0+A_1x_1+A_2x_2+\cdots\cdots+A_Nx_n\\
&=\left(\alpha_0,\ c_0\right)_L+\left(\alpha_1,\ c_1\right)_L x_1+\left(\alpha_2,\ c_2\right)_L x_2\\
&\quad+\cdots\cdots+\left(\alpha_N,\ c_N\right)_L x_N\\
&=\left(\boldsymbol{\alpha}^t\boldsymbol{x}_i,\ \boldsymbol{c}^t\left|\boldsymbol{x}_i\right|\right)_L
\end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
\text{ただし，}\boldsymbol{\alpha}&=\left(\alpha_0,\ \alpha_1,\ \alpha_2,\ \cdots\cdots,\ \alpha_N\right)^t\\
\boldsymbol{c}&=\left(c_0,\ c_1,\ c_2,\ \cdots\cdots,\ c_N\right)^t\\
\boldsymbol{x}_i&=\left(1,\ x_{i1},\ x_{i2},\ \cdots\cdots,\ x_{iN}\right)^t\\
\left|\boldsymbol{x}_i\right|&=\left(1,\left|x_{i1}\right|,\left|x_{i2}\right|,\ \cdots\cdots,\ \left|x_{iN}\right|\right)^t\\
i&=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n
\end{aligned}$$

(4)式において係数 $A_j$ は出力変数の全観測データ $y_i(i=1, 2, \cdots\cdots, n)$ が導出したモデルの出力値 $\hat{y}_i$ に度合い $h$ 以上で包含され，かつそのあいまいさが最小になるように決定される．したがって，ファジィ線形回帰モデルの係数パラメータはこれらの条件を考慮して次の線形計画問題の解として定式化される．

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{c}^t|\boldsymbol{x}_i| \to \min \\ \quad \text{Subject to} \\ \mu_Y(y_i) \geqq h \qquad i=1, 2, \cdots\cdots, n \\ \qquad\qquad 0 < h \leqq 1 \end{cases} \tag{5}$$

このようにして得られた $A_j$ の推定量 $\hat{A}_j$ と，そのメンバーシップ関数 $\mu_A(\hat{A}_j)$ は

$$\hat{A}_j = (\hat{\alpha}_j, \hat{c}_j)_L$$

$$\mu_A(\hat{A}_j) = L\left(\frac{a_j - \hat{\alpha}_j}{\hat{c}_j}\right)$$ ただし，$L$ は型関数

で与えられ，導出されるモデルの出力 $\hat{y}_i(i=1, 2, \cdots\cdots, n)$ は，次式で記述される対称ファジイ数となる．

$$\hat{y}_i = (\boldsymbol{\alpha}^t\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{c}^t|\boldsymbol{x}_i|)_L \tag{6}$$

ただし $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \cdots\cdots, \alpha_N)^t$

$$\boldsymbol{c} = (c_0, c_1, c_2, \cdots\cdots, c_N)^t$$

$$\boldsymbol{x}_i = (1, x_{i1}, x_{i2}, \cdots\cdots, x_{iN})^t$$

$$|\boldsymbol{x}_i| = (1, |x_{i1}|, |x_{i2}|, \cdots\cdots, |x_{iN}|)^t$$

また，$\hat{y}_i$ のメンバーシップ関数 $\mu_Y(\hat{y}_i)$ は拡張原理により次式で与えられる．

$$\mu_Y(\hat{y}_i) = L\left(\frac{y_i - \boldsymbol{\alpha}^t\boldsymbol{x}_i}{\boldsymbol{c}^t|\boldsymbol{x}_i|}\right) \quad i=1, 2, \cdots\cdots, n \tag{7}$$

さらに，導出されるファジイ線形回帰モデルの出力の可能性の範囲は，(6)式で記述される対称ファジィ数の中心と幅を用いて下記の閉区間で与えられる．

$$\hat{y}_i = \left[\boldsymbol{\alpha}^t\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{c}^t|\boldsymbol{x}_i|,\ \boldsymbol{\alpha}^t\boldsymbol{x}_i + \boldsymbol{c}^t|\boldsymbol{x}_i|\right]$$

$$i = 1, 2, \cdots\cdots, n \tag{8}$$

## 4.2 GMDH

経営システムのような複雑なシステムのモデル化において実際に取り扱うシステムは，一般的に，構成要素，変数，パラメータ間の相互関係を記述する関数が複雑である．さらに，重要なパラメータや変数の数が多くそれらが持つ特性が動的である．その上に関数関係と制約条件が複雑に絡み合っているために重要な要因を見落とす可能性が大きい．したがって，このような複雑なシステムのモデル化においては，①多くの前提条件，②厳しい仮定事項，③数量化されない構成要素，④不確定要因　などについて十分な検討が必要である．複雑な現象をシステムの目的に応じて数量化するための有効な手段として開発された技法が GMDH （Group Method of Data Handling）であり，この手法の適用においては，システムのモデル化に必要な情報がすべて厳密な確率分布を仮定しない観測データから抽出されることに重点が置かれている．

基本的な GMDH は，パーセプトロン型の多層構造によって実現される発見的自己組織化の原理に基づいて，各要素の相互関係が不明確，かつ多次元・複雑なシステムの問題を解決するための手法として開発されたもので，対象システムの目的に応じて システム同定，予測，制御を同時に達成する手法である．GMDH の構造は，2変数の組み合わせを発生させてその組み合わせによる2変数非線形多項式（部分記述式と呼ぶ）のパラメータを推定し，変数の組み合わせの数だけ導出した部分記述式の中から多層構造で最適なものを選択して対象システムのモデルを決定するものである．このとき，層の

繰り返しは閾値的に自己選択されていくもので，変数の組み合わせの発生と部分記述式の値によって，ヒューリスティックに設定した規準に基づく閾値が発生するまで有害情報を淘汰して有用情報を自己選択する多層構造を形成している．このような構造を持つGMDHによるモデル化の特徴は，少数のデータや短い時系列のデータしか得られない場合でも，モデルの構造と係数パラメータの推定が可能であることである．第2層で閾値が発生した場合のGMDHのアルゴリズムを図2に示す．図2の完全記述式が導出されたモデルとなり，それは(step 4)で同定した部分記述式の中から，ヒューリスティックに設定した基準に基づいて評価された最適な部分記述式から構築される．

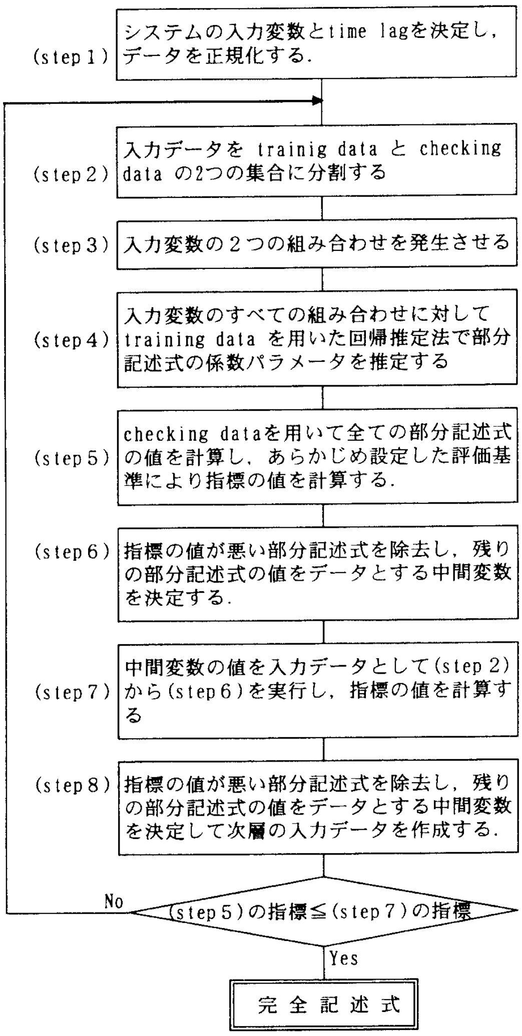


図2　基本的なGMDHのアルゴリズム

## 4.3　ファジィGMDH

経営システムや社会システムなどの数学モデルの導出においては，対称システムを特徴づける現象のデータを統計的に処理して用いるのが一般的であるが，現象をデータ化する場合に人間の主観的な判断が取り込まれることは避けられず，そのようなデータを用いて導出される数学モデルは使用したデータのあいまいさを反映したものになりやすい．このようなあいまい性の強いデータを扱うモデル化においてはファジイ理論の適用が考えられ，基本的なGMDHで導出する部分記述式をファジィ回帰式として与えるファジィGMDHが提案されている[8]．それは大規模・複雑でその本質が不明確なシステムに適したモデリング手法として開発されたGMDHにファジィ理論を導入することによって，複雑な実システムのあいまい性をより理論的に処理することを可能にしている．

ファジィGMDHで導出されるモデルの出力は，ファジィ線形回帰モデルと同様に対応する観測データのすべてが $h$ レベルファジィ集合に包含される．したがって，$h$ の大きさによって出力の確からしさを指定したモデルの導出が可能であり，本来複雑なシステムのモデル化に有効なGMDHに，システムの複雑な現象を支配する要因の一つと考えられるシステム構造のあいまい性を処理する機能を付加した手法と言える．

ファジィGMDHを適用して導出したモデルの出力結果を図3に示す．適用事例は円レートの変動を予測するモデルの導出であり，出力を円レートとして円レートの変動要因に実質金利差要因，累積経常収支要因，国内卸売物価による購買力平価，輸出価格による購買力平価の4つを採用した．これらのうち，国内卸売物価による購買力平価と輸出価格による購買力平価は次の式で計算した値を使用した．

国内卸売物価による購買力平価

$$= \frac{\text{日本の卸売物価指数}}{\text{米国の卸売物価指数}} \times 271.81$$

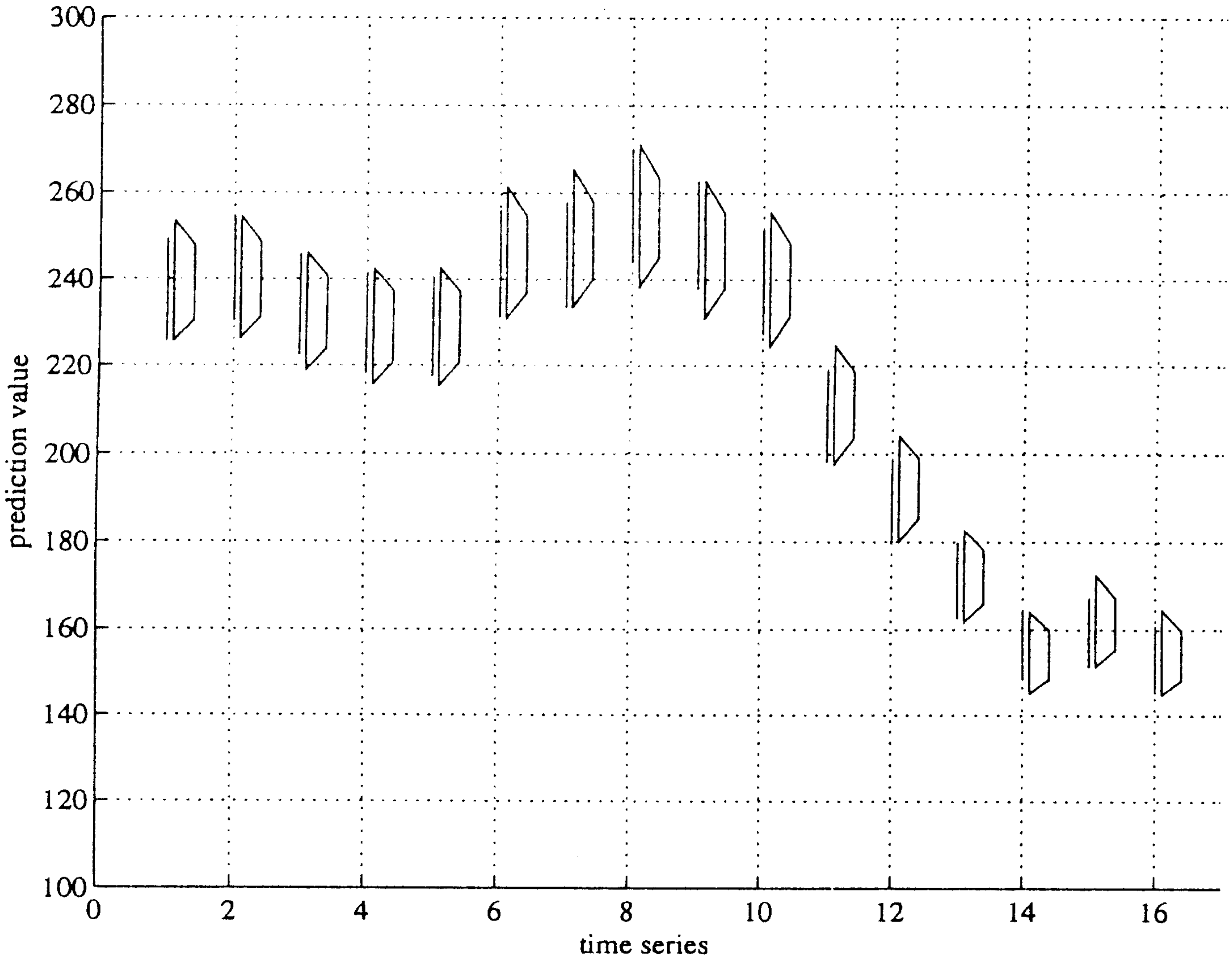


図3　ファジィ GMDH で導出したモデルの出力結果

輸出価格による購買力平価

$$= \frac{\text{日本の輸出物価指数}}{\text{米国の輸出物価指数}} \times 271.81$$

（271.81 は 1973 年の円・ドル平均レート）

また，これらの要因の観測データは，1982 年から 1990 年のものを使用している．

図3において，各時点の出力として示されている台形は，その上底がその年の円レートが $h$ 以上の確実性を持って変動するであろう範囲であり，下底は確実性を考慮せずに円レートが変動する範囲である．したがって，これらの区間が狭いほど変動の範囲が狭くあいまいさが少ない推定値が得られたものと判断される．

## 5. 結　　語

経営システムのように定性的な要因に左右されやすく，かつ複雑な挙動を示すシステムの数学モデルをその特性を反映した形で導出する方法について，これまでに提案されているいくつかの手法を中心に紹介した．それらの手法の適用においては，従来の手法ではモデルから数値(点)として得られていた情報を，幅を持った値すなわち，区間(線)として得ることが可能であり，その幅の中に対象システムを左右する不確実性がある程度表現されていると考えることが出来る．その意味においてこれらの手法の有効性は認められるが，現実のシステムに適用する場合には大容量かつ高速なコンピュータの利用が不可欠であり，更に対象システムの特性に適応したコンピュータプログラムの開発が必要である．したがって，今後は，手法の有効性を向上させると同時に利便性を追及する研究が必要であろう．

**参考文献**


(1) T. Nishikawa, M. Imai & S. Shimizu「Nonlinear Phenomena in a Self-Organizing Model」Computers and Mathematics with Applications, Vol.33, No.3, 1996, pp.73-79.

(2) 西川智登「複雑系としての経営システムにおける質的特性の定量化に関する研究」, 日本経営システム学会誌, Vol.14, No.12, 1998, pp.35-40

(3) H. Iba, T. Kurita & T. Sato「System Identification Using Structured Genetic Algorithms」, 人工知能学会研究会資料, pp.41-51.

(4) K. I. Diamantaras & S. Kung「Multilayer Neural Network for Reduced-Rank Approximation」IEEE Transactions on Newral Networks, Vol.5, No.5, 1994, pp.684-697.

(5) K. Hara, T. Yamamoto & K. Terada「Improved Dual mode GMDH with Automatic Switch」International Journal System Science, Vol.21, No.8, 1990, pp.1553-1565.

(6) M. F. Tenorio & W. Lee「Self-Organizing Network for Optimum Supervised Learning」IEEE Transactions on Newral Networks, Vol.1, No.1, 1990, pp.100-110.

(7) 寺野寿郎, 浅居喜代治, 菅野道夫「ファジィシステム入門」オーム社, 1989, pp.67-81.

(8) 清水静江「ファジィ適応型 GMDH によるシステム同定に関する研究」学位論文, 平成4年, pp.82-117.